Solutions des exercices page 5 – Chapitre 4 (Analyse)

1. Radioactivité

$M(x) = 1 \,.\, (1/2)^x$ masse en grammes avec x représente la durée écoulée exprimée en périodes

a) 690 jours = 5 . 138 jours = 5 T $\quad$ $M(5) = 1 \,.\, (1/2)^5 = 1/32$ g = 0,03125 g

b) $1 \,.\, (1/2)^x = 0{,}001 \quad \log_{1/2} (1/2)^x = \log_{1/2} 0{,}001$

$x = \log_{1/2} 0{,}001$

$x = 9{,}965\ldots$ périodes

Il faudra donc 1375,27… jours c'est-à-dire 3 ans et 280 jours.

2. Salaire

$S(x) = 20\,000 \,.\, 1{,}03^x$ salaire avec x représente le nombre d'années écoulée

a) 2e année => 1 an écoulé : S(1) = 20 600 €

3e année => 2 ans écoulés : S(2) = 21 218 €

4e année => 3 ans écoulés : S(3) = 21 854,54 €

b) $S(x) = 40\,000 \quad 20\,000 \,.\, 1{,}03^x = 40\,000$

$1{,}03^x = 2$

$x = \log_{1{,}03} 2$

$x = 23{,}449\ldots$

Il devra donc s'écouler 24 années pour que le salaire soit doublé, c'est-à-dire qu'il sera doublé la 25e année.

3. Placement

$C(x) = 2000 \,.\, 1{,}05^x$ capital avec x représente le nombre d'années écoulées

$2000 \,.\, 1{,}05^x = 4813{,}24$

$1{,}05^x = 2{,}40662$

$x = \log_{1{,}05} 2{,}40662$

$x = 18$

Il devra s'écouler 18 années pour que son capital soit de 4813,24 €

4. Bactérie

$N(t) = 4 \,.\, e^{1{,}8t}$ nombre de bactéries en millions par ml avec t nombre d'heures écoulées

$4 \,.\, e^{1{,}8t} = 100$

$e^{1{,}8t} = 25$

$1{,}8t = \ln 25$

$t = \ln 25 : 1{,}8$

$t = 1{,}788\ldots$ heures

Le nombre de bactéries sera égal à 100 millions après 1h 47 min 18 secondes.

5. Médicament

$d(t) = 250 \,.\, 10^{-0{,}075t}$ dose de médicament en mg contenue dans le sang avec t temps écoulé en heures

$d(t) < 100$

$250 \,.\, 10^{-0{,}075t} < 100$

$10^{-0{,}075t} < 100/250$

$10^{-0{,}075t} < 0{,}4$

$-0{,}075t < \log 0{,}4$

$t > \log 0{,}4 : (-0{,}075)$

$t > 5{,}305\ldots.$ heures

Il faudra réinjecter une dose après 5 h 18 min 21 secondes.

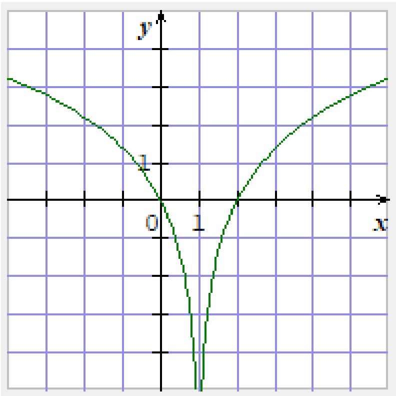
6. Logarithme et pH

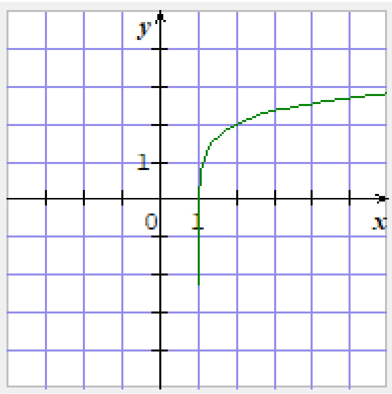
a) $-\log [H^+] = 6{,}6 \qquad \log [H^+] = -6{,}6 \qquad [H^+] = 10^{-6{,}6} = 2{,}51 \,.\, 10^{-7}$ mol/l

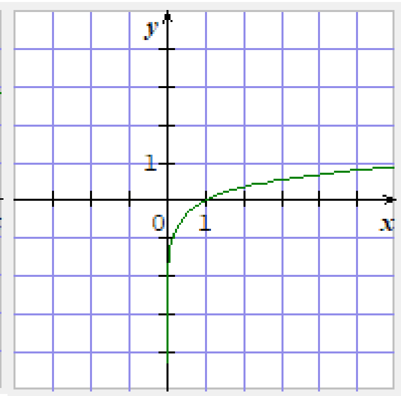
b) $-\log [H^+] > 8 \qquad \log [H^+] < -8 \qquad [H^+] < 10^{-8}$ mol/l

Solutions des exercices page 6 – Chapitre 4 (Analyse)

1. Associez chaque fonction à son graphique



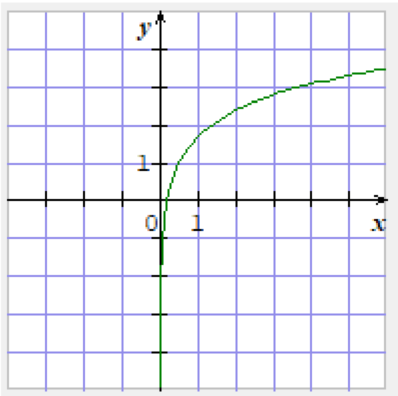


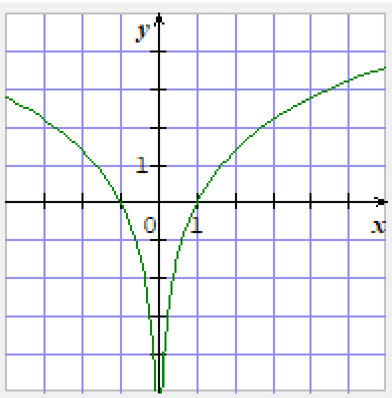


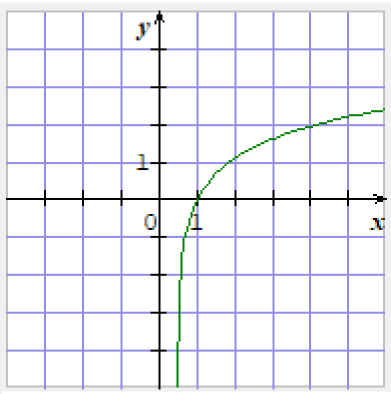
a) $f_7(x) = \ln (x-1)^2$

b) $f_4(x) = 2 + \dfrac{\ln(x-1)}{2}$

c) $f_5(x) = \ln \sqrt{x}$



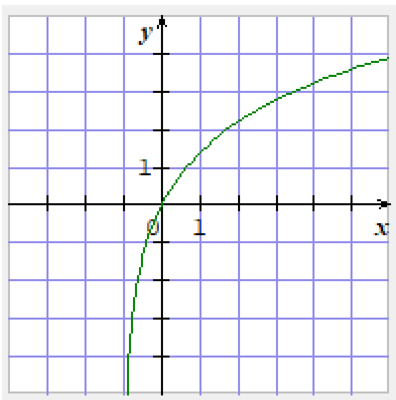


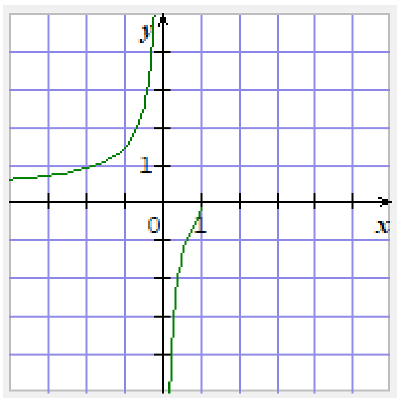


d) $f_2(x) = 1 + \ln 2x$

e) $f_6(x) = \ln (x^2)$

f) $f_3(x) = \ln (2x-1)$





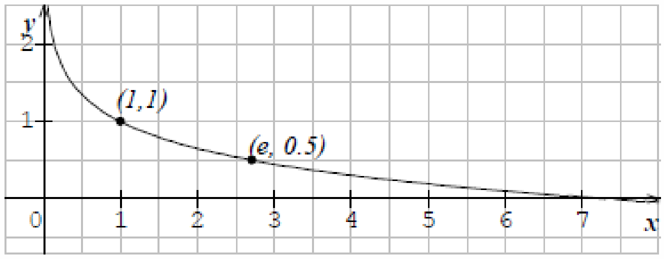
g) $f_1(x) = 2 . \ln (x + 1)$

h) $f_8(x) = \dfrac{1}{\ln(1-x)}$

Solutions des exercices page 7 – Chapitre 4 (Analyse)

2. En tenant compte des indications données dans les graphes des fonctions ci-dessous, déterminer la valeur des paramètres a et b sachant que

$f_1(x) = a + b \,.\, \ln x$



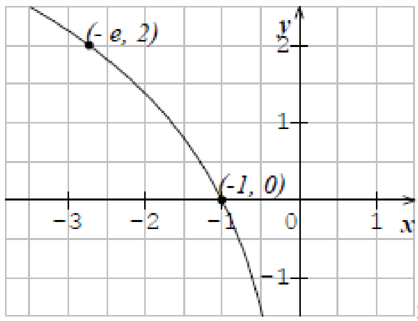
f_1 (x)

$f_1(1) = 1$
$a + b \ln 1 = 1$
$a = 1$
$a = 1$

$f_1(e) = 0{,}5$
$1 + b \,.\, \ln e = 0{,}5$
$1 + b \,.\, 1 = 0{,}5$
$1 + b = 0{,}5$
$b = 0{,}5 - 1$
$b = -0{,}5$

$\boxed{f_1(x) = 1 - 0{,}5 \,.\, \ln x}$

$f_2(x) = a.\ \ln(bx)$.



f_2 (x)

$f_2(-1) = 0$
$a \,.\, \ln(-b) = 0$
$\cancel{a = 0}$ ou $\ln(-b) = 0$
$\ln(-b) = 0$
$-b = 1$
$b = -1$

$f_2(-e) = 2$
$a \,.\, \ln(-1.(-e)) = 2$
$a \,.\, \ln e = 2$
$a \,.\, 1 = 2$
$a = 2$

$\boxed{f_2(x) = 2.\ \ln(-x).}$

Solutions des exercices pages 7 et suivantes – Chapitre 4 (Analyse)

1. Le pH

1. Soit x_1 la concentration initiale et x_2 la concentration finale

$x_2 = x_1/6000$

$pH_1 = -\log x_1$ et $pH_2 = -\log(x_1/6000) = -(\log x_1 - \log 6000) = -\log x_1 + \log 6000 = pH_1 + \log 6000$

$= pH_1 + 3{,}778$

2. $\boxed{pH = -\log C \Leftrightarrow -pH = \log C \Leftrightarrow 10^{-pH} = C}$

$pH_2 = pH_1 + 4{,}2 \Rightarrow 10^{-pH2} = 10^{-(pH1 + 4,2)} \Leftrightarrow 10^{-pH2} = 10^{-pH1} . 10^{-4,2} \Leftrightarrow 10^{-pH2} = 10^{-pH1} . 6{,}31 . 10^{-5}$

$\Leftrightarrow C_2 = C_1 . 6{,}31 . 10^{-5}$

Il faut la multiplier par $6{,}31 . 10^{-5}$ c'est-à-dire la diviser par 15 848,9.

2. Mesure du son

1. $I = 10^6 I_0 \Rightarrow S = \log (10^6 I_0/ I_0) = \log 10^6 = 6$ bels = 60 db.
2. $S = 120$ db = 12 bels $\Rightarrow$ $12 = \log(x/I_0)$

$10^{12} = x/I_0$

$x = 10^{12} . I_0$

3. a) $S_2 = S_1 + 0{,}1 \Rightarrow 10^{S2} = 10^{S1 + 0,1}$

$10^{S2} = 10^{S1} . 10^{0,1}$

$I_2/I_0 = I_1/I_0 . 10^{\frac{1}{10}}$

$I_2 = I_1 . \sqrt[10]{10}$

$I_2 = I_1 . 0{,}7943$

b) $S_2 = S_1 + 1 \Rightarrow 10^{S2} = 10^{S1 + 1}$

$10^{S2} = 10^{S1} . 10^1$

$I_2/I_0 = I_1/I_0 . 10$

$I_2 = I_1 . 10$

c) $S_2 = S_1 + 2 \Rightarrow 10^{S2} = 10^{S1 + 2}$

$10^{S2} = 10^{S1} . 10^2$

$I_2/I_0 = I_1/I_0 . 100$

$I_2 = I_1 . 100$

4. a) $S_2 = S_1 - 0{,}1 \Rightarrow 10^{S2} = 10^{S1 - 0,1}$

$10^{S2} = 10^{S1} . 10^{-0,1}$

$I_2/I_0 = I_1/I_0 . 10^{-\frac{1}{10}}$

$I_2 = I_1 . 0{,}7943$

b) $S_2 = S_1 - 1 \Rightarrow 10^{S2} = 10^{S1 - 1}$

$10^{S2} = 10^{S1} . 10^{-1}$

$I_2/I_0 = I_1/I_0 . 10^{-1}$

$I_2 = I_1 . 0{,}1$

c) $S_2 = S_1 - 2 \Rightarrow 10^{S2} = 10^{S1 - 2}$

$10^{S2} = 10^{S1} . 10^{-2}$

$I_2/I_0 = I_1/I_0 . 10^{-2}$

$I_2 = I_1 . 0{,}01$

5. $I_2 = 3. I_1 \Rightarrow I_2/I_0 = 3. I_1/I_0$

$\log(I_2/I_0) = \log(3. I_1/I_0)$

$S_2 = \log 3 + S_1$

$S_2 = S_1 + 0{,}477$ (bels) $\Rightarrow \Delta S = +\ 0{,}477$ bels $= +4{,}77$ db

6. $S_1 = 90$db $= 9$ bels et $I_2 = 2 . I_1$

$I_2/I_0 = 2 . I_1/I_0$

$\log(I_2/I_0) = \log(2 . I_1/I_0)$

$S_2 = \log 2 + S_1$

$S_2 = S_1 + 0{,}301 \Rightarrow \Delta S = +\ 0{,}301$ bels $= +3{,}01$ db

7. a) $S_{10} = 110$ db $= 11$ bels

$\log(I_{10}/I_0) = 11$

$I_{10}/I_0 = 10^{11}$

$I_{10} = 10^{11} . I_0$

Or, $I_{10} . 10^2 = I_{500} . 500^2 \Rightarrow I_{500} = I_{10} . 10^2/500^2$

$= I_{10} / 50^2$

$= 10^{11} . I_0 / 50^2$

$S_{500} = \log(10^{11} . I_0 / 50^2 : I_0) = \log(10^{11}/50^2) = 7{,}602$ bels $= 76{,}02$ db

b) Soit x la distance recherchée.

$S_x = 6$ bels et $I_{10} . 10^2 = I_x . x^2$

$I_{10} . 10^2/x^2 = I_x$

$I_{10}/I_0 . 10^2/x^2 = I_x/I_0$

Or, $\log(I_x/I_0) = 6$

$\log(I_{10}/I_0 . 10^2/x^2) = 6$

$\log(I_{10}/I_0) + \log((10/x)^2) = 6$

$11 + 2 . \log(10/x) = 6$

$\log 10 - \log x = -5/2$

$-\log x = -7/2$

$\log x = 7/2$

$x = 10^{7/2}$

$x = 3162{,}28$ (mètres)

3. Sismologie

1. a) $M = \log(1{,}78 . 10^8) = 8{,}25$ b) $M = \log(5{,}01 . 10^6) = 6{,}70$

2. $M = 3 \Leftrightarrow \log(I/I_0) = 3$

$I/I_0 = 10^3$

$I = 1000\ I_0$

3. $M_1 = 5$ $E_1 = 0{,}2\ 10^{20} = 2 . 10^{19}$ J

$M_2 = 8$ $E_2 = 30\ 000 . E1 = 30\ 000 . 0{,}2 . 10^{20} = 6 . 10^{23}$ J

On sait que $\log 2 . 10^{19} = a + b . 5$ (1)

et $\log 6 . 10^{23} = a + b . 8$ (2)

(2)–(1) $\Rightarrow \log 6 . 10^{23} - \log 2 . 10^{19} = 3b$

$\log 6 + 23 - \log 2 - 19 = 3b$

$\log 6 - \log 2 + 4 = 3b$

$\log(6/2) + 4 = 3b$

$$b = \frac{4 + \log 3}{3}$$

$$(1) \Rightarrow \log 2 . 10^{19} = a + 5 . \frac{4 + \log 3}{3}$$

$$\log 2 + 19 = a + \frac{20 + 5\log 3}{3}$$

$$a = \log 2 + 19 - \frac{20 + 5\log 3}{3}$$

$$a = \log 2 + \frac{37 - 5\log 3}{3}$$

4. $M_1 = 6$ et $M_2 = 6{,}8$

$\log(I_1/I_0) = 6$ et $\log(I_2/I_0) = 6{,}8$

$I_1/I_0 = 10^6$ et $I_2/I_0 = 10^{6,8}$

$\Rightarrow I_2/I_1 = 10^{6,8}/10^6 = 10^{0,8} = 6{,}3$

5. $M_1 = ?$ et $M_2 = 6{,}8$

$I_1 = I_2/3{,}16$

On sait que $\log(I_2/I_0) = 6{,}8$

Donc, $M_1 = \log(I_1/I_0) = \log(I_2/I_0/3{,}16) = \log(I_2/I_0) - \log 3{,}16 = 6{,}8 - \log 3{,}16 = 6{,}3$

4. Astronomie.

1. $E_2 = E_1 / 100 \Rightarrow E_2/E_1 = 1/100$

On sait que $M_2 = M_1 + 5$

$\log_a(E2/E0) = \log_a(E1/E0) + 5$

$\log_a E_2 - \log_a E_0 = \log_a E_1 - \log_a E_0 + 5$

$\log_a E_2 = \log_a E_1 + 5$

$\log_a(E2/E1) = 5$

$\log_a(1/100) = 5$

$\log_a 1 - \log_a 100 = 5$

$-\log_a 100 = 5$

$\log_a 100 = -5$

$\log_a 10^2 = -5$

$2 . \log_a 10 = -5$

$\log_a 10 = -5/2$

$\ln 10/\ln a = -5/2$

$$\ln a = \frac{-2\ln 10}{5}$$

$\ln a = -0{,}921$

2. $M_{Soleil} = \log_a(4{,}786 . 10^{10}) = \ln 4{,}786 . 10^{10} /\ln a = \ln 4{,}786 . 10^{10} /(-0{,}921) = -26{,}70$

$M_{Lune} = \log_a(1{,}2 . 10^5) = \ln 1{,}2 . 10^5 /\ln a = \ln 1{,}2 . 10^5 /(-0{,}921) = -12{,}70$

$M_{Vénus} = \log_a(43{,}65) = \ln 43{,}65 /\ln a = \ln 43{,}65/(-0{,}921) = -4{,}10$

$M_{Sirius} = \log_a(3{,}87) = \ln 3{,}87 /\ln a = \ln 3{,}87/(-0{,}921) = -1{,}47$

Solutions des exercices pages 12 et suivantes – Chapitre 4 (Analyse)

1. $C(x) = 2 \cdot 2^{t/18}$ Population du Costa Rica exprimée en millions d'habitants avec t en années
   $B(x) = 6 \cdot 2^{t/27}$ Bolivie
   $T(x) = 40 \cdot 2^{t/27}$ Turquie
   a)

$$C(x) = B(x)$$
$$2 \cdot 2^{t/18} = 6 \cdot 2^{t/27}$$
$$2^{t/18 - t/27} = 6/2$$
$$2^{t/54} = 3$$
$$t/54 = \log_2 3$$
$$t = 54 \cdot \log_2 3$$
$$t = 85{,}59 \text{ ans}$$

$$C(x) = T(x)$$
$$2 \cdot 2^{t/18} = 40 \cdot 2^{t/27}$$
$$2^{t/18 - t/27} = 40/2$$
$$2^{t/54} = 20$$
$$t/54 = \log_2 20$$
$$t = 54 \cdot \log_2 20$$
$$t = 233{,}38 \text{ ans}$$

   b) $C'(x) = 2 \cdot 2^{t/18} \cdot \ln 2 \cdot 1/18$
   $C'(0) = 2 \cdot 2^{0/18} \cdot \ln 2 \cdot 1/18 = 0{,}077016 \Rightarrow$ 77 016 habitants/an
   $C'(10) = 2 \cdot 2^{10/18} \cdot \ln 2 \cdot 1/18 = 0{,}113193 \Rightarrow$ 113 193 habitants/an

---

2. Soit b_0 le prix du beefsteak aujourd'hui
   Donc, mon salaire horaire s_0 est de $2.b_0$ (puisqu'il m'en faut la moitié pour payer le beefsteak)

$$b(x) = b_0 \cdot 1{,}025^x \quad \text{et } s(x) = 2b_0 \cdot 1{,}014^x$$

$$b(x) = s(x)$$
$$1{,}025^x = 2 \cdot 1{,}014^x$$
$$(1{,}025/1{,}014)^x = 2$$
$$(1025/1014)^x = 2$$
$$x = \log_{1025/1014} 2$$
$$x = 64{,}24 \text{ ans}$$

$$b(x) = 2 \cdot s(x)$$
$$1{,}025^x = 2 \cdot 2 \cdot 1{,}014^x$$
$$(1{,}025/1{,}014)^x = 4$$
$$(1025/1014)^x = 4$$
$$x = \log_{1025/1014} 4$$
$$x = 128{,}48 \text{ ans}$$

---

3. $d(x) = 1 \cdot 1{,}11^x + 0{,}25 \cdot 1{,}4^x$ demande en millions de bicyclettes avec x années écoulées depuis 2008
   a) 2013 (x=5) : $d(5) = 1{,}11^5 + 0{,}25 \cdot 1{,}4^5 = 3{,}0296181$
   La production sera de 3 029 619 bicyclettes
   b)

$$0{,}25 \cdot 1{,}4^x > 1{,}11^x$$
$$0{,}25 > (1{,}11/1{,}4)^x$$
$$0{,}25 > (111/140)^x$$
$$\log_{111/140} 0{,}25 < x$$
$$x > 5{,}97$$

   Donc, il faudra 6 ans pour que les exportations dépassent les importations.

---

4. $C(x) = 100 \cdot 0{,}92^x$ consommation en millions de tonnes avec x nbre d'années écoulées depuis 2009
   a)

$$100 \cdot 0{,}92^x < 1$$
$$0{,}92^x < 0{,}01$$
$$x > \log_{0{,}92} 0{,}01$$
$$x > 55{,}23 \text{ ans}$$

   Après 56 ans, soit en **2065**
   b)

$$100 \cdot x^{20} = 1$$
$$x^{20} = 0{,}01$$
$$x = \sqrt[20]{0{,}01}$$
$$x = 0{,}7943$$

   Ce qui correspond à une diminution annuelle de 21,57%.

5. $p(x) = p_0 \,.\, 1{,}11^x$

$p_0 \,.\, 1{,}11^x = 2p_0$	$7{,}80 \,.\, 1{,}11^x = 10$	$1{,}80 \,.\, 1{,}11^x = 1$
$x = \log_{1,11}2$	$1{,}11^x = 10/7{,}8$	$1{,}11^x = 1/1{,}8$
$x = 6{,}64$ (ans)	$x = \log_{1,11}(10/7{,}8)$	$x = \log_{1,11}(1/1{,}8)$
	$x = 2{,}38$ (ans)	$x = -5{,}63$ (ans)

6. $c(x) = c_0 \,.\, 1{,}1^x$

a) $2c_0 = c_0 \,.\, 1{,}1^x$	b) $c(x) = 100 \,.\, 1{,}1^{20}$	c) $c'(x) = 100 \,.\, 1{,}1^x \,.\, \ln 1{,}1$
$2 = 1{,}1^x$	$= 672{,}75$ (millions de tonnes)	$c'(3) = 100 \,.\, 1{,}1^3 \,.\, \ln 1{,}1$
$\log_{1,1}2 = x$		$= 12{,}68578493$
$x = 7{,}27$ (ans)		$\Rightarrow$ 12 685 784,93 tonnes/an

7. $e(x) = 10 \,.\, 0{,}99^x$ épaisseur en mm avec x le nombre de coups

$10 \,.\, 0{,}99^x \leq ¾ \,.\, 10$	$10 \,.\, 0{,}99^x \leq 5$
$0{,}99^x \leq 0{,}75$	$0{,}99^x \leq 0{,}5$
$x \geq \log_{0,99}0{,}75$	$x \geq \log_{0,99}0{,}5$
$x \geq 28{,}62$	$x \geq 68{,}97$
$\Rightarrow$ 29 coups	$\Rightarrow$ 69 coups
	$\Rightarrow$ 414 secondes

8. Soit p_0 la production d'énergie en 1970

$p(x) = p_0 \,.\, 1{,}02^x$ production d'énergie avec x le nombre d'années écoulées depuis 1970

$e_r(x) = 389\,000 \,.\, p_0$ énergie reçue annuellement par la Terre.

$p(x) > e_r(x)$

$p_0 \,.\, 1{,}02^x > 389\,000 \,.\, p_0$

$1{,}02^x > 389\,000$

$x > \log_{1,02}389\,000$

$x > 649{,}98$ (ans) $\Rightarrow$En 2620 (1970 + 650)

9. $t(x) = 100 \,.\, 0{,}99^x$ température avec x nombre de mètres de tuyauterie

$t(x) \geq 60$

$100 \,.\, 0{,}99^x \geq 60$

$0{,}99^x \geq 0{,}6$

$x \leq \log_{0,99}0{,}6$

$x \leq 50{,}83$ (mètres)

10. $p_1(x) = 12 \,.\, (150 \,.\, 1{,}1^x)$

loyer mensuel avec le contrat 1 avec x nombre d'années écoulées depuis 2010

$p_2(x) = 12 \,.\, (150 + x \,.\, 17{,}50)$

loyer mensuel avec le contrat 2 avec x nombre d'années écoules depuis 2010

a) durée de location : 6 ans => x = 5 (ans)

$p_1(5) = 150 \,.\, 1{,}1^5 = 241{,}58$ € $\qquad p_2(5) = 150 + 5 \,.\, 17{,}50 = 237{,}50$ €

b) $t_1(5) = 12 \,.\, [p_1(0) + p_1(1) + p_1(2) + p_1(3) + p_1(4) + p_1(5)]$

$= 12 \,.\, [150 \,.\, 1{,}1^0 + 150 \,.\, 1{,}1^1 + 150 \,.\, 1{,}1^2 + 150 \,.\, 1{,}1^3 + 150 \,.\, 1{,}1^4 + 150 \,.\, 1{,}1^5]$

$= 12 \,.\, 150 \,.\, [1{,}1^0 + \ldots + 1{,}1^5]$ (somme des 6 premiers termes d'une S.G.

$= 12 \,.\, 150 \,.\, \dfrac{1-1{,}1^6}{1-1{,}1}$ de raison q = 1,1 et de premier terme 150)

$= 12 \,.\, 150 \,.\, 7{,}71561 = 13\,888{,}10$ €

$t_2(5) = 12 \,.\, [p_2(0) + p_2(1) + p_2(2) + p_2(3) + p_2(4) + p_2(5)]$

$= 12 \,.\, (150 + 0 \,.\, 17{,}50 + 150 + 1 \,.\, 17{,}50 + 150 + 2 \,.\, 17{,}50$
$+ 150 + 3 \,.\, 17{,}50 + 150 + 4 \,.\, 17{,}50 + 150 + 5 \,.\, 17{,}50)$

$= 12 \,.\, (150 + 167{,}5 + \ldots + 237{,}5)$ Somme des 6 premiers termes d'une SG

$= 12 \,.\, 6 .\dfrac{150 + 237{,}5}{2}$

$= 13\,950$ € $\Rightarrow$ Le premier contrat est le plus intéressant pour le locataire.

c) $p_1(9) = 150 \cdot 1{,}1^9 = 353{,}69$ €

$p_2(9) = 150 + 9 \cdot 17{,}50 = 307{,}50$ €

$t_1(9) = 12 \cdot 150 \cdot \dfrac{1-1{,}1^{10}}{1-1{,}1} = 28\,687{,}36$ €

$t_2(9) = 12 \cdot 10 \cdot \dfrac{150+307{,}5}{2} = 27\,450$ €

$\Rightarrow$ Le second contrat est le plus intéressant pour le locataire.

---

11. $p(x) = 3000 \cdot 0{,}96^x$ population avec x nombre d'années écoulées depuis 2009.

$p(x) = 2000$

$3000 \cdot 0{,}96^x = 2000$

$0{,}96^x = 2/3$

$x = \log_{0,96}(2/3)$

$x = 9{,}93$ (ans) = 9 ans 11 mois

Elle atteindre 200 habitants durant le mois de décembre 2018.

---

12. $m(x) = 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5^x$ masse d'iode dans le corps avec x le nombre de périodes

a) $12 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5^x = 1 \cdot 10^{-6}$

$0{,}5^x = 1/12 \cdot 10^{-3}$

$x = \log_{0,5}(1/12 \cdot 10^{-3})$

$x = 13{,}55$ (périodes) = 338,77 minutes = 5h 38 min 46 secondes

b) $m'(x) = 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5^x \cdot \ln 0{,}5$

1h = 2,4 périodes $\Rightarrow m'(2{,}4) = 12 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}5^{2,4} \cdot \ln 0{,}5 = -1{,}57 \cdot 10^{-3}$ g/période = –0,063 mg/min

---

13. $c(x) = 500 \cdot 1{,}07^x$ capital avec x nombre d'années pour lesquelles un versement a été effectué.

a) Les versements forment une SG de premier terme 500 € et de raison 1,07

$S20 = 500 \cdot \dfrac{1-1{,}07^{20}}{1-1{,}07} = 20\,497{,}75$ €

b) $C_0 \cdot 1{,}07^{19} = 20\,497{,}75$

$C_0 = 20497{,}75 : 1{,}07^{19}$

$C_0 = 5667{,}80$ €

14.

a)

Année	Capital départ	Capital + intérêt	Versement	Capital dû
1	200 000	200 000 . 1,15 = 230 000	75 000	200 000 – 75 000 = 155 000
2	155 000	155 000 . 1,15 = 178 250	75 000	178 250 – 75 000 = 103 250
3	103 250	103 250 . 1,15 = 118 737,5	75 000	118 737,5 – 75 000 = 43 737,5
4	43 737,5	43 737,5 . 1,15 = 50298,13	50 298,13	50298,13 – 50298,13 = 0

Dernier versement : 50 298,13€ avec 4 annuités.

b)

Année	Capital départ	Capital + intérêt	Ver.	Capital dû
1	C_0	$C_0 \cdot (1+t)$	R	$C_0(1+t) - R$
2	…	$(C_0(1+t) - R)(1+t)$ $= C_0(1+t)^2 - R(1+t)$	R	$C_0(1+t)^2 - R(1+t) - R$ $= C_0(1+t)^2 - R((1+t)+1)$
3	…	$(C_0(1+t)^2 - R((1+t)+1))(1+t)$ $= C_0(1+t)^3 - R[(1+t)^2+(1+t)]$	R	$C_0(1+t)^3 - R[(1+t)^2+(1+t)] - R$ $= C_0(1+t)^3 - R[(1+t)^2+(1+t)+1]$

Capital dû après n années : $C_0(1+t)^n - R[(1+t)^{n-1}+...+(1+t)+1]$

$$= C_0(1+t)^n - R \cdot 1 \cdot \frac{1-(1+t)^n}{1-(1+t)}$$

$$= C_0(1+t)^n - R\ \frac{1-(1+t)^n}{-t}$$

$$= C_0(1+t)^n + \frac{R}{t} \cdot (1-(1+t)^n)$$

c) Capital dû après 10 années : $50\,000 \cdot 1{,}08^{10} + 6000/0{,}08 \cdot (1 - 1{,}08^{10})$

$= 50\,000 \cdot 1{,}08^{10} + 75\,000 \cdot (1 - 1{,}08^{10})$

$= 21\,026{,}88$ €

$50\,000 \cdot 1{,}08^n + 6000/0{,}08 \cdot (1 - 1{,}08^n) = 0$

$50\,000 \cdot 1{,}08^n + 75\,000\ (1 - 1{,}08^n) = 0$

$50\,000 \cdot 1{,}08^n + 75\,000 - 75\,000 \cdot 1{,}08^n = 0$

$-25\,000 \cdot 1{,}08^n + 75\,000 = 0$

$75\,000 = 25\,000 \cdot 1{,}08^n$

$3 = 1{,}08^n$

$n = \log_{1,08}3$

$n = 14{,}27$ (ans)

$C_{14} = 50\,000 \cdot 1{,}08^{14} + 75\,000 \cdot (1 - 1{,}08^{14}) = 1570{,}16$ €

Dernière annuité de $1570{,}16 \cdot 1{,}08 = 1695{,}77$ €